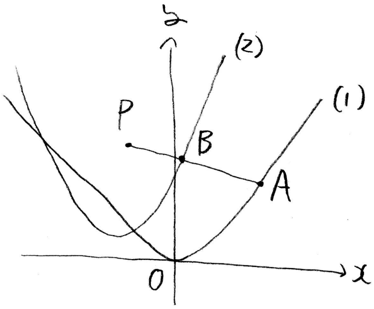
東大理科　1964前期　2



$3x^2+24x+50=3(x^2+8x+16)+2$
$=3(x+4)^2+2$

Aの座標を (a, a^2)，kを或る定数 とする

$\overrightarrow{OA}+k\overrightarrow{AP}=(a, a^2)+k(\alpha-a, \beta-a^2)=\{(-k+1)a+k\alpha, (-k+1)a^2+k\beta\}$

が (2) 上にあればよいから

$3\{(-k+1)a+k\alpha\}^2+24\{(-k+1)a+k\alpha\}+50=(-k+1)a^2+k\beta$

$3(-k+1)^2a^2+6(-k^2+k)\alpha a+3k^2\alpha^2+24(-k+1)a+24k\alpha+50=(-k+1)a^2+k\beta$

$(3k^2-5k+2)a^2+\{(-6k^2+6k)\alpha-24k+24\}a+3k^2\alpha^2+24k\alpha-k\beta+50=0$

がaの値にかかわらず成立てばよい

$$\begin{cases} 3k^2-5k+2=0 & \text{—①} \\ (k^2-k)\alpha+4k-4=0 & \text{—②} \\ 3k^2\alpha^2+24k\alpha-k\beta+50=0 & \text{—③} \end{cases}$$

①より　$k=\frac{5\pm\sqrt{25-24}}{6}=\frac{5\pm1}{6}=\frac{2}{3}, 1$　$k\neq1$より $k=\frac{2}{3}$

②より　$k(k-1)\alpha+4(k-1)=0$　$k\alpha+4=0$.　$\frac{2}{3}\alpha=-4$.　$\alpha=-6$.

③より.　$3\cdot\frac{4}{9}\cdot36-24\cdot\frac{2}{3}\cdot6-\frac{2}{3}\beta+50=0$.　$48-96+50=\frac{2}{3}\beta$.　$\frac{2}{3}\beta=2$.　$\beta=3$.

よって. 点Pの座標は $(-6, 3)$　.　比の値は $2:1$