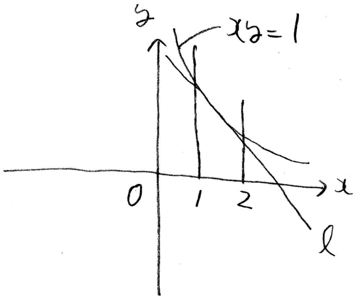
東大理科　1965前期　③



$y=\frac{1}{x}$, $y'=-\frac{1}{x^2}$ より

lの方程式は $y-\frac{1}{a}=-\frac{1}{a^2}(x-a)$, $y=-\frac{1}{a^2}x+\frac{2}{a}$ とおける.

$y=0$, $x=2$ のとき $-\frac{2}{a^2}+\frac{2}{a}=0$, $-2+2a=0$ $a=1$ であるから $a\geqq 1$.

lと$x=1$の交点のy座標は $-\frac{1}{a^2}+\frac{2}{a}$

lと$x=2$の交点のy座標は $-\frac{2}{a^2}+\frac{2}{a}$

面積は $\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{a^2}+\frac{2}{a}-\frac{2}{a^2}+\frac{2}{a}\right)=-\frac{3}{2a^2}+\frac{2}{a}=-\frac{3}{2}\alpha^2+2\alpha=-\frac{3}{2}\left(\alpha^2-\frac{4}{3}\alpha+\frac{4}{9}\right)+\frac{2}{3}=-\frac{3}{2}\left(\alpha-\frac{2}{3}\right)^2+\frac{2}{3}$

$\frac{1}{a}=\alpha$ とおく.

よって面積は $a=\frac{3}{2}$ のとき最大値 $\frac{2}{3}$ をとる.