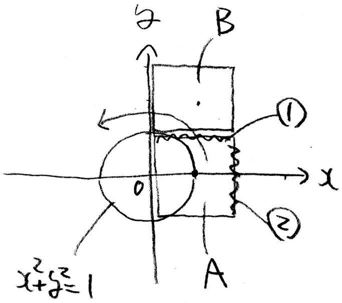
東大理科　1967前期　③



Aの中心が $(\cos\theta, \sin\theta)$ にあるとき

①のy座標は $\sin\theta+1$

②のx座標は $\cos\theta+1$

共通部分の面積は $\sin\theta(\cos\theta+1)$

$f(\theta)=\sin\theta(\cos\theta+1)$　$(0<\theta<\pi)$ とする.

$f'(\theta)=\cos\theta(\cos\theta+1)+\sin\theta(-\sin\theta)$

$=\cos^2\theta+\cos\theta-(1-\cos^2\theta)=\cos\theta(\cos\theta+1)-(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)$

$=(\cos\theta+1)(2\cos\theta-1)$

$f'(\theta)=0$ のとき $\cos\theta=\frac{1}{2}$, $\theta=\frac{\pi}{3}$.

$f(\theta)$の増減表は左表のようになる.

θ	$\cdots$	$\frac{\pi}{3}$	$\cdots$
$f'(\theta)$	$+$	0	$-$
$f(\theta)$	$\nearrow$	$\frac{3\sqrt{3}}{4}$	$\searrow$

$f\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{3}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$

よって求める値は $\frac{3\sqrt{3}}{4}$