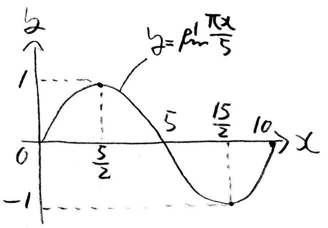
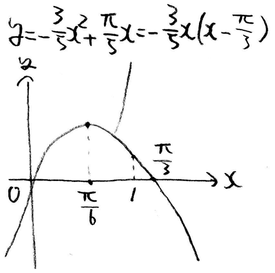
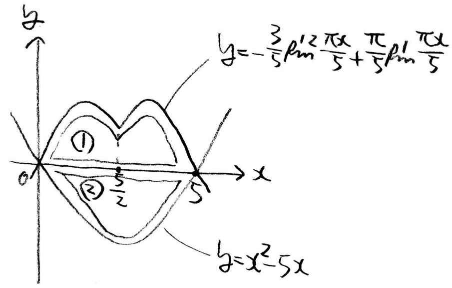
東大理科　1968前期　(1)





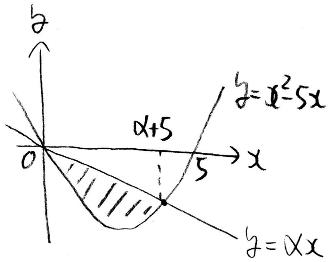


右上図の①の部分の面積は $\int_0^5\left(-\frac{3}{5}\sin^2\frac{\pi x}{5}+\frac{\pi}{5}\sin\frac{\pi x}{5}\right)dx=\int_0^5\left(-\frac{3}{5}\cdot\frac{1-\cos\frac{2\pi x}{5}}{2}+\frac{\pi}{5}\sin\frac{\pi x}{5}\right)dx$

$=\left[-\frac{3}{10}x+\frac{3}{10}\cdot\frac{5}{2\pi}\sin\frac{2\pi x}{5}-\frac{\pi}{5}\cdot\frac{5}{\pi}\cos\frac{\pi x}{5}\right]_0^5=-\frac{3}{2}+1-(-1)=\frac{1}{2}$

右上図の②の部分の面積は $\int_0^5(-x^2+5x)dx=\left[-\frac{x^3}{3}+5\frac{x^2}{2}\right]_0^5=-\frac{125}{3}+\frac{125}{2}=\frac{125}{6}$

面積の合計は $\frac{128}{6}=\frac{64}{3}$



$y=x^2-5x$ と $y=\alpha x$ の交点の x 座標は
$x^2-5x=\alpha x$, $x=\alpha+5$ より $\alpha+5$.

左図の斜線部の面積は $\int_0^{\alpha+5}(\alpha x-x^2+5x)dx=\left[-\frac{x^3}{3}+(\alpha+5)\frac{x^2}{2}\right]_0^{\alpha+5}$

$=-\frac{(\alpha+5)^3}{3}+\frac{(\alpha+5)^3}{2}=\frac{(\alpha+5)^3}{6}$

これが $\frac{32}{3}$ であればよいから $\frac{(\alpha+5)^3}{6}=\frac{32}{3}$, $(\alpha+5)^3=64$. $\alpha+5=4$. $\alpha=-1$