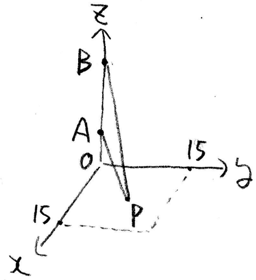
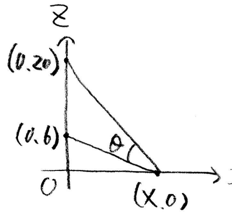
東大理科　1972前期　①





対称性より、まずxz平面で考える。

左図のようにθをとると

$\cos\theta = \dfrac{(-x,6)\cdot(-x,20)}{\sqrt{x^2+36}\sqrt{x^2+400}} = \dfrac{x^2+120}{\sqrt{x^2+36}\sqrt{x^2+400}}$ であるから。

$\dfrac{x^2+120}{\sqrt{x^2+36}\sqrt{x^2+400}} \leqq \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.　$\dfrac{(x^2+120)^2}{(x^2+36)(x^2+400)} \leqq \dfrac{3}{4}$

$4x^4+960x^2+4\cdot14400 \leqq 3x^4+1308x^2+3\cdot14400$

$x^4-348x^2+14400 \leqq 0$.

$(x^2-48)(x^2-300) \leqq 0$.

$48 \leqq x^2 \leqq 300$

$4\sqrt{3} \leqq x \leqq 10\sqrt{3}$.

$436 \times 3 = 1308$

※ $x^2-348x+14400=0$ のとき

$x = 174 \pm \sqrt{30276-14400}$

$= 174 \pm \sqrt{15876}$

$= 174 \pm 126$

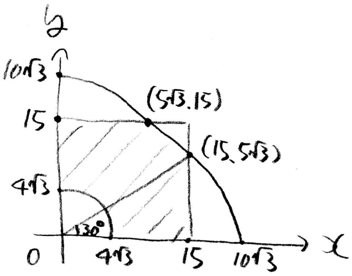
$= 48, 300$

$348 \div 2 = 174$　302

$174 \times 174 = 30276$　$30276 - 14400 = 15876$

$15876 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7$

$18 \times 7 = 126$



面積を求める部分は左図の斜線部である。

求める面積は　$2\cdot15\cdot5\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{12}\pi\cdot300 - \frac{1}{4}\pi 48$

$= 75\sqrt{3} + 25\pi - 12\pi$

$= 75\sqrt{3} + 13\pi$

$300 \div 12 = 25$

$x^2+y^2=300$ と $x=15$の交点は

$225+y^2=300$　$y^2=75$　$y=5\sqrt{3}$

$15 \times 15 = 225$