東大理科　1974前期　④

3)より　$f'(0)g'(0)=-1$　—①

2)より．$f'(0)=\lim_{x\to 0}\frac{f(0+x)-f(0)}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}$，$g'(0)=\lim_{x\to 0}\frac{g(0+x)-g(0)}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{g(0)}{x}$　—②

②より．$\lim_{x\to 0}\frac{ax+bf(x)}{cx+f(x)}=\lim_{x\to 0}\frac{a+b\frac{f(x)}{x}}{c+\frac{f(x)}{x}}=\frac{a+bf'(0)}{c+f'(0)}$，$\lim_{x\to 0}\frac{ax+bg(x)}{cx+g(x)}=\lim_{x\to 0}\frac{a+b\frac{g(x)}{x}}{c+\frac{g(x)}{x}}=\frac{a+bg'(0)}{c+g'(0)}$ であるから

4)より　$\frac{a+bf'(0)}{c+f'(0)}=f'(0)$．$f'(0)^2+(-b+c)f'(0)-a=0$，$\frac{a+bg'(0)}{c+g'(0)}=g'(0)$．$g'(0)^2+(-b+c)g'(0)-a=0$　—③

③より．$f'(0)$，$g'(0)$は xについての2次方程式 $x^2+(-b+c)x-a=0$ の異なる2つの実数解である．

$f'(0)g'(0)=-a$

①より．$a=1$