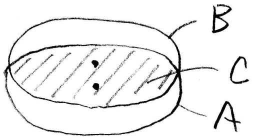
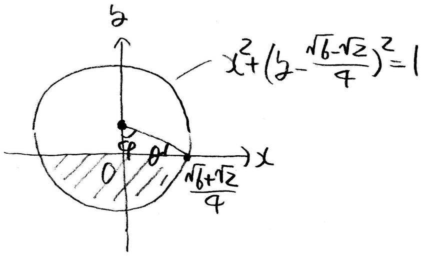
東大理科　1986前期　2





xy平面上の円 $x^2+\left(y-\frac{\sqrt6-\sqrt2}{4}\right)^2=1$ —① を考える.

$x^2+\frac{6-2\sqrt{12}+2}{16}=1$, $x^2=\frac12+\frac{\sqrt3}{4}$, $x=\pm\frac{\sqrt{4+2\sqrt3}}{2\sqrt2}=\pm\frac{\sqrt3+1}{2\sqrt2}=\pm\frac{\sqrt6+\sqrt2}{4}$ より.

①とx軸の交点のx座標は $\pm\frac{\sqrt6+\sqrt2}{4}$

左図のように θ、φ をとると.

$\cos\theta=\frac{\sqrt6+\sqrt2}{4}$, $\theta=\frac{\pi}{12}$, $\varphi=\pi-\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{12}=\frac{5}{12}\pi$

左図の斜線部の面積をSとすると.

$S=\frac{\frac56\pi}{2\pi}\pi-\frac{\sqrt6+\sqrt2}{2}\cdot\frac{\sqrt6-\sqrt2}{4}\cdot\frac12=\frac5{12}\pi-\frac{6-2}{16}=\frac5{12}\pi-\frac14$

MはSの4倍であるから $M=\frac53\pi-1$