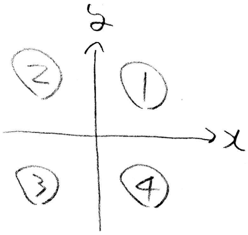
東大理科　1988前期　①

fを表す行列を $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ とする.



$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix}$ であるから (i)より $a>0,\ c<0$

$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$ であるから (ii)より $b<0,\ d>0$

$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a+b \\ c+d \end{pmatrix}$ であるから (iii)より $a+b>0,\ c+d>0$

$a>-b,\ d>-c$ であるから. $ad-bc>bc-bc=0$.

$ad-bc\neq 0$ であるから $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ は逆行列を持つ

よって. fには逆変換が存在する.

$f(P)$の座標を (X,Y) とおく. $X>0,\ Y>0$ である.

fの逆変換を表す行列は $\dfrac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ であるから

$\dfrac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}=\dfrac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} dX-bY \\ -cX+aY \end{pmatrix}$ より. Pの座標は $\left(\dfrac{dX-bY}{ad-bc},\ \dfrac{-cX+aY}{ad-bc}\right)$

$ad-bc>0,\ a>0,\ b<0,\ c<0,\ d>0,\ X>0,\ Y>0$ であるから

$\dfrac{dX-bY}{ad-bc}>0,\ \dfrac{-cX+aY}{ad-bc}>0$

よって Pは第1象限の内部にある.