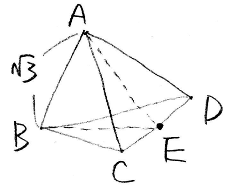
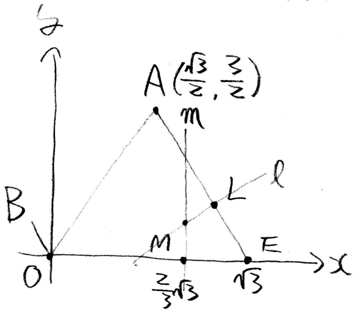
東大理科　2001前期　①



A.C.Dからのキョリの等しい点の集合である直線をl
B.C.Dからのキョリの等しい点の集合である直線をmとする
lとmの交点が球の中心である



C,Dの中点をEとする
A.B.Eを通る平面をαとする
$\triangle ABE$は正三角形である
四面体をαで切ったセツダン面を考え、左図のようにxy座標をとる

$\triangle ACD$は正三角形でありlは$\triangle ACD$の外接円の中心を通るから
外接円の半径をRとすると余弦定理より　$\frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2R$　$R=\frac{2}{3}\sqrt{3}$

lと$\triangle ACD$の交点をLとすると　$AL=\frac{2}{3}\sqrt{3}$
同様にmと$\triangle BCD$の交点をMとすると　$BM=\frac{2}{3}\sqrt{3}$
よってL, Mの座標は$\left(\frac{5}{6}\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right)$, $\left(\frac{2}{3}\sqrt{3}, 0\right)$

lとAEは直交するから　lの方程式は　$y-\frac{1}{2}=\frac{1}{\sqrt{3}}\left(x-\frac{5}{6}\sqrt{3}\right)$

lとmの交点は　$y-\frac{1}{2}=\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{2}{3}\sqrt{3}-\frac{5}{6}\sqrt{3}\right)$　$y=-\frac{1}{6}+\frac{1}{2}$　$y=\frac{1}{3}$　より　$\left(\frac{2}{3}\sqrt{3}, \frac{1}{3}\right)$

よって　$r=\sqrt{\frac{4}{9}\cdot 3+\frac{1}{9}}=\frac{\sqrt{13}}{3}$