

$$A^2 - A = A(A-1), \quad 10000 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$$

α, β は整数とする。

(i) $A = 5\alpha, A-1 = 2000\beta$ のとき

$5\alpha = 2000\beta + 1$ となるが、これを満たす α, β は存在しない。

(ii) $A = 25\alpha, A-1 = 400\beta$ のとき

$25\alpha = 400\beta + 1$ となるが、これを満たす α, β は存在しない。

(iii) $A = 125\alpha, A-1 = 80\beta$ のとき

$125\alpha = 80\beta + 1$ となるが、これを満たす α, β は存在しない。

(iv) $A = 625\alpha, A-1 = 16\beta$ のとき

$$625\alpha = 16\beta + 1$$

$$625 = 39 \times 16 + 1 \text{ であるから } 625(\alpha-1) = 16(\beta-39)$$

$$\begin{cases} \alpha-1 = 16k \\ \beta-39 = 625k \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = 16k+1 \\ \beta = 625k+39 \end{cases} \quad (k \text{ は整数})$$

これより $3 \leq A \leq 9999$ であるから $\alpha=1, A=625$ 。

(i)(ii)(iii)(iv) より $A=625$ 。

$$\begin{array}{r} 39 \\ 16 \overline{) 625} \\ \underline{48} \\ 145 \\ \underline{144} \\ 1 \end{array}$$