

$$(1+x)^k = \underbrace{\dots + a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + 1}_{n+1 \text{ 次以上の部分}} \text{ とおす}$$

$k < n$ のとき, $a_{k+1}, a_{k+2}, \dots, a_n = 0$ とす.

$$(1+x)^k = \sum_{r=0}^k k C_r x^r \text{ であり, } k C_r \text{ は整数であるから, } a_1, a_2, \dots, a_n \text{ は整数である.}$$

$$P(x) = \underbrace{\dots + b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \dots + b_1 x + b_0}_{n+1 \text{ 次以上の部分}} \text{ とおす}$$

$$(1+x)^k P(x) = (\dots + a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + 1) (\dots + b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \dots + b_1 x + b_0) \text{ であり}$$

$$(1+x)^k P(x) \text{ の } 0 \text{ 次 の 項 の 係 数 は } b_0 \text{ --- ①}$$

$$\text{" } 1 \text{ 次 " } \text{ --- } b_1 + a_1 b_0 \text{ --- ①'}$$

$$\text{" } 2 \text{ 次 " } \text{ --- } b_2 + a_1 b_1 + a_2 b_0 \text{ --- ②}$$

⋮

$$\text{" } n \text{ 次 " } \text{ --- } b_n + a_1 b_{n-1} + a_2 b_{n-2} + \dots + a_n b_0 \text{ --- ②'}$$

$$\text{① より, } b_0 \text{ は 整数 --- ①'}$$

$$\text{①' より, } a_1 b_0 \text{ は 整数 であり ① より } b_1 \text{ は 整数 --- ①''}$$

$$\text{①' ①'' より, } a_1 b_1 + a_2 b_0 \text{ は 整数 であり, ② より } b_2 \text{ は 整数 --- ②'}$$

⋮

$$\text{①' ①'' ②' ... ②' より, } a_1 b_{n-1} + a_2 b_{n-2} + \dots + a_n b_0 \text{ は 整数 であり, ②' より } b_n \text{ は 整数}$$

以上より, 題意は示された.