

k をある実数として、直線 $x=k$ と、 $2x^2+4xy+3y^2+4x+5y-4=0$ は、

$$2k^2+4ky+3y^2+4k+5y-4=0, \quad 3y^2+(4k+5)y+2k^2+4k-4=0 \quad (*)$$

$$(4k+5)^2-4 \cdot 3(2k^2+4k-4) \geq 0, \quad 16k^2+40k+25-24k^2-48k+48 \geq 0, \quad 8k^2+8k-73 \leq 0$$

$$\frac{-2-5\sqrt{6}}{4} \leq k \leq \frac{-2+5\sqrt{6}}{4} \text{ のとき 交点を持つ.}$$

$$* \quad 8k^2+8k-73=0 \text{ のとき } k = \frac{-4 \pm \sqrt{16+584}}{8} = \frac{-4 \pm 10\sqrt{6}}{8} = \frac{-2 \pm 5\sqrt{6}}{4}$$

よて、 x のとりうる最大の値は $\frac{-2+5\sqrt{6}}{4}$