

4 行列 $A = \begin{pmatrix} 1/3 & 5 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ に対し, 次の問に答えよ.

任意の整数 $n > 0$ に対して, A^n を数学的帰納法を用いて求めよ.

また, 与えられた $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ に対し $A^n \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}$ ($n = 1, 2, \dots$) とおくと, 極限

$u = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}}, v = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}}$ を求めよ. ただし $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ とする.