

6 xy 平面において放物線 $y = x^2$ の, $0 < x < 1$ に対応する部分を L とする. (すなわち $L = \{(x, x^2) | 0 < x < 1\}$ である.) 点 $P(x, x^2)$ における L の接線が直線 $y = 0$, 直線 $x = 1$ と交わる点をそれぞれ A, B とする. また座標が $(0, 0), (1, 0), (1, 1)$ である三点を, それぞれ O, C, D とする.

以下つねに $0 < x < 1$ という範囲で考えるものとする.

- (1) $\triangle PAC, \triangle PCB$ の面積をそれぞれ $g(x), h(x)$ とするとき, $g(x) \leq h(x)$ となる x の範囲を求めよ.
- (2) 線分 OC および線分 CD と放物線の一部 L で囲まれた範囲を M とする. ただし M はその周である線分 OC, CD および L を含むものとする. いま L 上の点 $P(x, x^2)$ を頂点とし, M に含まれるような三角形のうちで, 最大の面積を持つものの面積を $f(x)$ とする. 関数 $f(x)$ を求め, そのグラフを描け. また $f(x)$ の極値を求めよ. ただし $I = \{x | 0 < x < 1\}$ の点 a で, 関数 f が極小値 (または極大値) をとるとは, a に近い I のすべての点 x に対して $f(a) \leq f(x)$ (または $f(a) \geq f(x)$) となることをいう. 極大値と極小値をあわせて極値という.

