

5 t を正の数とし、次の条件 (A), (B) によって定まる x の 3 次式を $f(x)$ とする.

(A) 曲線 $y = f(x) \cdots (1)$ は直線 $y = x \cdots (2)$ の上の 2 点 $P(-t, -t)$, $O(0, 0)$ を通る.

(B) $f'(0) = 0$, $f''(0) = 2$

さて、曲線 (1) と直線 (2) との交点のうちで、 x 座標が最大のものを Q とし、曲線 (1) の点 O から点 Q までの部分と、線分 OQ とで囲まれた領域の面積を $S(t)$ とする. このとき、 $\lim_{t \rightarrow \infty} S(t)$ を求めよ.