

4 $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ とおく. xy 平面において, $(1, 1)$ を座標とする点 P_0 から始めて, 点列 P_0, P_1, P_2, \dots をつぎのような手続きで作っていく. P_n の座標を (x_n, y_n) とするとき,

(イ) $x_n + y_n \geq \frac{1}{100}$ のときは, (x_{n+1}, y_{n+1}) を $\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$ または $\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$ のどちらかが成りたつように決める.

(ロ) $x_n + y_n < \frac{1}{100}$ のときは, (x_{n+1}, y_{n+1}) を $\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$ によって決める.

このようにするといろいろな点列ができるが, それらについてつぎの問に答えよ.

(1) P_2 として可能な点をすべて求め, 図示せよ.

(2) $x_n + y_n$ を n で表わせ.

(3) P_{10} として可能な点は何個あるか.