

3 2以上の自然数 k に対して $f_k(x) = x^k - kx + k - 1$ とおく．このとき，次のことを証明せよ．

i) n 次多項式 $g(x)$ が $(x - 1)^2$ で割り切れるためには， $g(x)$ が定数 a_2, \dots, a_n を用いて $g(x) = \sum_{k=2}^n a_k f_k(x)$ の形に表されることが必要十分である．

ii) n 次多項式 $g(x)$ が $(x - 1)^3$ で割り切れるためには， $g(x)$ が関係式 $\sum_{k=2}^n \frac{k(k-1)}{2} a_k = 0$ をみたす定数 a_2, \dots, a_n を用いて $g(x) = \sum_{k=2}^n a_k f_k(x)$ の形に表されることが必要十分である．