

2 虚部が正の複素数の全体を  $H$  とする . すなわち ,

$H = \{z = x + iy \mid x, y \text{ は実数で } y > 0\}$  とする . 以下  $z$  を  $H$  に属する複素数とする .  $q$  を正の実数とし ,  $f(z) = \frac{z + 1 - q}{z + 1}$  とおく .

(1)  $f(z)$  もまた  $H$  に属することを示せ .

(2)  $f_1(z) = f(z)$  と書き , 以下  $n = 2, 3, 4, \dots$  に対して

$$f_2(z) = f(f_1(z)), \quad f_3(z) = f(f_2(z)), \quad \dots, \quad f_n(z) = f(f_{n-1}(z)), \quad \dots$$

とおく . このとき , 各  $n$  に対して

$$f_n(z) = \frac{r_n z + (1 - q)s_n}{s_n z + r_n}, \quad r_n^2 - (1 - q)s_n^2 = q^n$$

が成り立つような  $z$  によらない実数  $r_n, s_n$  がとれることを示せ .