

3 ボタンを 1 回押す毎に, 1 以上  $N$  以下の整数を, 同じ確率で 1 つずつ発生する機械がある. 複数回ボタンを押した場合, どの整数が発生するかについての確率は, どの回についても他の回とお互いに独立であるとする. この機械には, 発生した整数の下 4 桁のみを表示する表示装置が接続されており, 4 桁未満の数については, 欠けている桁に 0 を入れて 4 桁にして表示される. たとえば, 発生した整数が 925 のときは 0925 が, 12320 のときは 2320 が表示される.

2 回ボタンを押したとき, 同じ数字が表示される確率を  $p_N$  とする.

- (1)  $p_{10000}$  を求めよ.
- (2)  $p_{10000}$  と  $p_{10001}$  は, どちらが大きいかを判断し, その差を有効数字 1 桁で求めよ.
- (3) 確率  $p_{10000}, p_{10001}, \dots, p_{20000}$  のうち, 最小の値を  $q$ , 最大の値を  $r$  とおく.  $q$  と  $r$  を求めよ.
- (4)  $N$  を 10000 以上の整数とするととき,  $q \leq p_N \leq r$  を示せ.