5　θ は $0 \leqq \theta < 2\pi$ を満たす実数とする．xy 平面にベクトル

$$\vec{a} = (\cos\theta, \sin\theta), \quad \vec{b} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

をとり，点 P_n，Q_n，$n = 1, 2, \cdots$ を

$$\begin{cases} \overrightarrow{OP_1} = (1, 0) \\ \overrightarrow{OQ_n} = \overrightarrow{OP_n} - (\vec{a} \cdot \overrightarrow{OP_n})\vec{a} \\ \overrightarrow{OP_{n+1}} = 4\{\overrightarrow{OQ_n} - (\vec{b} \cdot \overrightarrow{OQ_n})\vec{b}\} \end{cases}$$

で定める．ただし，O は原点で，$\vec{a} \cdot \overrightarrow{OP_n}$ および $\vec{b} \cdot \overrightarrow{OQ_n}$ はベクトルの内積を表す．$\overrightarrow{OP_n} = (x_n, y_n)$ とおく．数列 $\{x_n\}$，$\{y_n\}$ がともに収束する θ の範囲を求めよ．さらに，このような θ に対して，極限値

$$\lim_{n \to \infty} x_n, \quad \lim_{n \to \infty} y_n$$

を求めよ．