

2 複素数 z_n ($n = 1, 2, \dots$) を $z_1 = 1$, $z_{n+1} = (3 + 4i)z_n + 1$ によって定める. ただし i は虚数単位であり, また, 複素数 $z = x + iy$ (x, y は実数) に対して, $|z|$ を

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

で定義する.

- (1) すべての自然数 n について $\frac{3 \times 5^{n-1}}{4} < |z_n| < \frac{5^n}{4}$ が成り立つことを示せ.
- (2) 実数 $r > 0$ に対して, $|z_n| \leq r$ を満たす z_n の個数を $f(r)$ とおく. このとき,
 $\lim_{r \rightarrow +\infty} \frac{f(r)}{\log r}$ を求めよ.