

3 整数を係数とする 2 次方程式 $f(x)$ で 2 次の項の係数が正であるものが与えられている。任意の実数 x に対して、平面上の原点を中心とし半径が 1 である単位円 C 上の点 $P(x)$ を

$$P(x) = (\cos 2\pi f(x), \sin 2\pi f(x))$$

によって定める。円周 C の弧 I の長さが L ($0 < L < 2\pi$) であるものを固定する。そのとき各自然数 k に対して区間 $[k, k+1]$ の部分集合

$$\{x | k \leq x \leq k+1, P(x) \in I\}$$

は互いに交わらない有限個の区間の和集合になっているので、それらの区間の長さの総和を T_k で表す。このとき、 $\lim_{k \rightarrow \infty} T_k = \frac{L}{2\pi}$ を証明せよ。