

### 3 2つの関数

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$$

$$g(x) = px^3 + qx^2 + rx$$

が次の5つの条件を満たしているとする.

$$f'(0) = g'(0), \quad f(-1) = -1, \quad f'(-1) = 0, \quad g(1) = 3, \quad g'(1) = 0$$

ここで  $f(x)$ ,  $g(x)$  の導関数をそれぞれ  $f'(x)$ ,  $g'(x)$  で表している.

このような関数のうちで, 定積分

$$\int_{-1}^0 \{f''(x)\}^2 dx + \int_0^1 \{g''(x)\}^2 dx$$

の値を最小にするような  $f(x)$  と  $g(x)$  を求めよ. ただし,  $f''(x)$ ,  $g''(x)$  はそれぞれ  $f'(x)$ ,  $g'(x)$  の導関数を表す.