2　xyz 空間において次のような 3 つの互いに合同な長方形 L_1，L_2，L_3 を考える．

- L_1 は xy 平面に含まれ，$P_1(a,b,0)$，$Q_1(-a,b,0)$，$R_1(-a,-b,0)$，$S_1(a,-b,0)$ を頂点とする．
- L_2 は yz 平面に含まれ，$P_2(0,a,b)$，$Q_2(0,-a,b)$，$R_2(0,-a,-b)$，$S_2(0,a,-b)$ を頂点とする．
- L_3 は zx 平面に含まれ，$P_3(b,0,a)$，$Q_3(b,0,-a)$，$R_3(-b,0,-a)$，$S_3(-b,0,a)$ を頂点とする．

ここで $a > b > c$ とする．このとき次の問に答えよ．

(1)　$\triangle P_1P_2P_3$ の面積，および $\triangle P_1P_2P_3$ と原点 O との距離を求めよ．

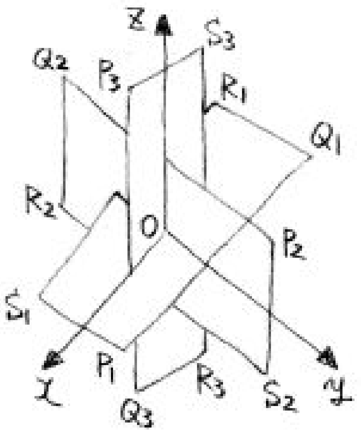
(2)　四面体 $OP_1P_2P_3$ および四面体 $OP_1P_2S_2$ の体積をそれぞれ求めよ．

(3)　L_1，L_2，L_3 の 12 頂点から 3 点を選び三角形をつくる．このとき $\triangle P_1P_2P_3$ または $\triangle P_1P_2S_2$ と合同な三角形が 20 個えられる．これらの三角形で囲まれる二十面体を D とする．$0 < \theta < \dfrac{\pi}{4}$ なる θ に対して

$$a = \cos\theta, \quad b = \sin\theta$$

とおくとき D の体積 V を $t = \tan\theta$ の関数 $V(t)$ として表せ．

(4)　$0 < t < 1$ において $V(t)$ は最大値をとることを示し，そのとき t の値を求めよ．



z
S3
Q2
P3
R1
Q1
R2
O
P2
S1
P1
R3
S2
x
y
Q3