1　xy 平面の原点を O として，2 点 $P(\cos\theta, \sin\theta)$，$Q(1, 0)$ をとる．ただし，$0 < \theta < \pi$ とする．点 A は線分 PQ 上を，また点 B は線分 OQ 上を動き，線分 AB は $\triangle OPQ$ の面積を二等分しているとする．このような線分 AB で最も短いものの長さを l とおき，これを θ の関数と考えて $l^2 = f(\theta)$ と表す．

(1)　線分 AQ の長さを a，BQ の長さを b とすると，$ab = \sin\dfrac{\theta}{2}$ が成立することを示せ．

(2)　$PQ \geqq \dfrac{1}{2}$，$PQ < \dfrac{1}{2}$ それぞれの場合について，$f(\theta)$ を θ を用いて表せ．

(3)　関数 $f(\theta)$ は $0 < \theta < \pi$ で微分可能であることを示し，そのグラフの概形を描け．また，$f(\theta)$ の最大値を求めよ．