

3 O を原点とする座標平面上に、 y 軸上の点 $P(0, p)$ と直線 $m: y = (\tan \theta)x$ が与えられている。ここで、 $p > 1, 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。

いま、傾きが α の直線 l を対称軸とする対称移動を行うと、原点 O は直線 $y = 1$ 上の、第 1 象限の点 Q に移り、 y 軸上の点 P は直線 m 上の、第 1 象限の点 R に移った。

(1) このとき、 $\tan \theta$ を α と p で表せ。

(2) 次の条件を満たす点 P が存在することを示し、そのときの p の値を求めよ。

条件：どのような θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) に対しても、原点を通り直線 l に垂直な直線は $y = \left(\tan \frac{\theta}{3}\right)x$ となる。