

4 以下の問いに答えよ.

- (1) 実数 a に対し, 2 次の正方行列 A, P, Q が, 5 つの条件 $A = aP + (a + 1)Q$, $P^2 = P, Q^2 = Q, PQ = O, QP = O$ をみたすとする. ただし $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ である. このとき, $(P + Q)A = A$ が成り立つことを示せ.
- (2) a は正の数として, 行列 $A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 1 & a + 1 \end{pmatrix}$ を考える. この A に対し, (1) の5 つの条件をすべてみたす行列 P, Q を求めよ.
- (3) n を 2 以上の整数とし, $2 \leq k \leq n$ をみたす整数 k に対して $A_k = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 1 & k + 1 \end{pmatrix}$ とおく. 行列の積 $A_n A_{n-1} A_{n-2} \cdots A_2$ を求めよ.