3　N を 2 以上の自然数とする．$x_1 \leqq \cdots \leqq x_N$ をみたす実数 $x_1, \cdots, x_N$ に対し，実数 k_n，p_n，q_n $(n = 0, 1, 2, \cdots)$ を次の手続きで定める．

(A)　$k_0 = 1$，$p_0 = x_1$，$q_0 = x_N$

(B)　n が奇数のとき k_n は $x_i \leqq \dfrac{p_{n-1} + q_{n-1}}{2}$ をみたす x_i の個数，$p_n = p_{n-1}$，$q_n = q_{n-1}$

(C)　n が偶数 $(n \geqq 2)$ のとき $k_n = k_{n-1}$，$p_n = \dfrac{1}{k_n} \displaystyle\sum_{i=1}^{k_n} x_i$，$q_n = \dfrac{1}{N - k_n} \displaystyle\sum_{i=k_n+1}^{N} x_i$

ただし $k_n = 0$ または $k_n = N$ となったら，その時点で手続きを終了する．

$x_1 < x_N$ であるとき，次の問に答えよ．

(1)　すべての自然数 n について $1 \leqq k_n \leqq N - 1$ かつ $x_1 \leqq p_n < q_n \leqq x_N$ が成り立つことを示せ．

(2)　実数 J_n $(n = 0, 1, 2, \cdots)$ を $J_n = \displaystyle\sum_{i=1}^{k_n} (x_i - p_n)^2 + \sum_{i=k_n+1}^{N} (x_i - q_n)^2$ と定めると，すべての自然数 n に対して $J_n \leqq J_{n-1}$ が成り立つことを示せ．

(3)　n が十分大きいとき．$J_n = J_{n-1}$，$p_n = p_{n-1}$，$q_n = q_{n-1}$，$k_n = k_{n-1}$ が成り立つことを示せ．