6 平面上の 2 点 P，Q の距離を $d(P,Q)$ と表すことにする．平面上に点 O を中心とする一辺の長さが 1000 の正三角形 $\triangle A_1A_2A_3$ がある．$\triangle A_1A_2A_3$ の内部に 3 点 B_1，B_2，B_3 を，$d(A_n, B_n) = 1$ $(n = 1, 2, 3)$ となるようにとる．また，

$$\overrightarrow{a_1} = \overrightarrow{A_1A_2},\ \overrightarrow{a_2} = \overrightarrow{A_2A_3},\ \overrightarrow{a_3} = \overrightarrow{A_3A_1}$$
$$\overrightarrow{e_1} = \overrightarrow{A_1B_1},\ \overrightarrow{e_2} = \overrightarrow{A_2B_2},\ \overrightarrow{e_3} = \overrightarrow{A_3B_3}$$

とおく．$n = 1, 2, 3$ のそれぞれに対して，時刻 0 に A_n を出発し，$\overrightarrow{e_n}$ の向きに速さ 1 で直進する点を考え，時刻 t におけるその位置を $P_n(t)$ と表すことにする．

(1) ある時刻 t で $d(P_1(t), P_2(t)) \leqq 1$ が成立した．ベクトル $\overrightarrow{e_1} - \overrightarrow{e_2}$ と，ベクトル $\overrightarrow{a_1}$ とのなす角度を θ とおく．このとき $|\sin\theta| \leqq \dfrac{1}{1000}$ となることを示せ．

(2) 角度 θ_1，θ_2，θ_3 を $\theta_1 = \angle B_1A_1A_2$，$\theta_2 = \angle B_2A_2A_3$，$\theta_3 = \angle B_3A_3A_1$ によって定義する．α を $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$ かつ $\sin\alpha = \dfrac{1}{1000}$ をみたす実数とする．(1) と同じ仮定のもとで，$\theta_1 + \theta_2$ の値のとる範囲を α を用いて表せ．

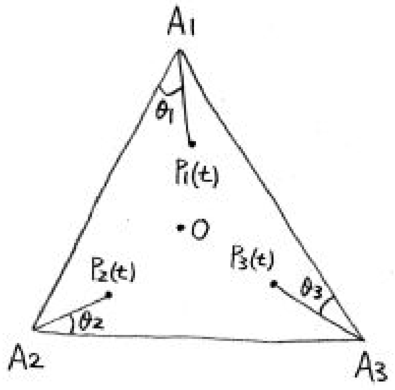
(3) 時刻 t_1，t_2，t_3 のそれぞれにおいて，次が成立した．

$$d(P_2(t_1), P_3(t_1)) \leqq 1,\quad d(P_3(t_2), P_1(t_2)) \leqq 1,\quad d(P_1(t_3), P_2(t_3)) \leqq 1$$

このとき，時刻 $T = \dfrac{1000}{\sqrt{3}}$ において同時に

$$d(P_1(T), O) \leqq 3,\quad d(P_2(T), O) \leqq 3,\quad d(P_3(T), O) \leqq 3$$

が成立することを示せ．



A1
θ1
P1(t)
O
P2(t)
P3(t)
θ3
θ2
A2
A3