

1 x の 3 次関数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ が, 3 つの条件

$$f(1) = 1, \quad f(-1) = -1, \quad \int_{-1}^1 (bx^2 + cx + d)dx = 1$$

を全て満たしているとする. このような $f(x)$ の中で定積分

$$I = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} \{f''(x)\}^2 dx$$

を最小にするものを求め, そのときの I の値を求めよ. ただし, $f''(x)$ は $f'(x)$ の導関数を表す.