

2 座標平面上の3点

$$P(0, -\sqrt{2}), \quad Q(0, 2), \quad A(a, \sqrt{a^2+1}) \quad (0 \leq a \leq 1)$$

を考える。

(1) 2つの線分の長さの差 $PA - AQ$ は a によらない定数であることを示し, その値を求めよ。

(2) Q を端点とし A を通る半直線と放物線 $y = \frac{\sqrt{2}}{8}x^2$ との交点を B とする。点 B から直線 $y = 2$ へ下ろした垂線と直線 $y = 2$ との交点を C とする。このとき, 線分の長さの和

$$PA + AB + BC$$

は a によらない定数であることを示し, その値を求めよ。