5　k を正の整数とし，10 進法で表された小数点以下 k 桁の実数

$$0.a_1a_2\cdots a_k = \frac{a_1}{10} + \frac{a_2}{10^2} + \cdots + \frac{a_k}{10^k}$$

を 1 つとる。ここで，$a_1, a_2, \cdots, a_k$ は 0 から 9 までの整数で，$a_k \neq 0$ とする。

(1)　次の不等式をみたす正の整数 n をすべて求めよ。

$$0.a_1a_2\cdots a_k \leqq \sqrt{n} - 10^k < 0.a_1a_2\cdots a_k + 10^{-k}$$

(2)　p が $5 \cdot 10^{k-1}$ 以上の整数ならば，次の不等式をみたす正の整数 m が存在することを示せ。

$$0.a_1a_2\cdots a_k \leqq \sqrt{m} - p < 0.a_1a_2\cdots a_k + 10^{-k}$$

(3)　実数 x に対し，$r \leqq x < r+1$ をみたす整数 r を $[x]$ で表す。

$\sqrt{s} - [\sqrt{s}\,] = 0.a_1a_2\cdots a_k$ をみたす正の整数 s は存在しないことを示せ。