

6 以下の問いに答えよ。

(1)  $A, \alpha$  を実数とする。 $\theta$  の方程式

$$A \sin 2\theta - \sin(\theta + \alpha) = 0$$

を考える。 $A > 1$  のとき、この方程式は  $0 \leq \theta < 2\pi$  の範囲に少なくとも 4 個の解を持つことを示せ。

(2) 座標平面上の楕円

$$C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$$

を考える。また、 $0 < r < 1$  を満たす実数  $r$  に対して、不等式

$$2x^2 + y^2 < r^2$$

が表す領域を  $D$  とする。 $D$  内のすべての点  $P$  が以下の条件を満たすような実数  $r$  ( $0 < r < 1$ ) が存在することを示せ。また、そのような  $r$  の最大値を求めよ。

条件：  $C$  上の点  $Q$  で、 $Q$  における  $C$  の接線と直線  $PQ$  が直交するようなものが少なくとも 4 個ある。