4 座標空間内の 4 点 $O(0,\ 0,\ 0)$，$A(2,\ 0,\ 0)$，$B(1,\ 1,\ 1)$，$C(1,\ 2,\ 3)$ を考える。

(1) $\overrightarrow{OP} \perp \overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OP} \perp \overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OC} = 1$ を満たす点 P の座標を求めよ。

(2) 点 P から直線 AB に垂線を下ろし，その垂線と直線 AB の交点を H とする。$\overrightarrow{OH}$ を $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ を用いて表せ。

(3) 点 Q を $\overrightarrow{OQ} = \dfrac{3}{4}\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OP}$ により定め，Q を中心とする半径 r の球面 S を考える。S が三角形 OHB と共有点を持つような r の範囲を求めよ。ただし，三角形 OHB は 3 点 O，H，B を含む平面内にあり，周とその内部からなるものとする。